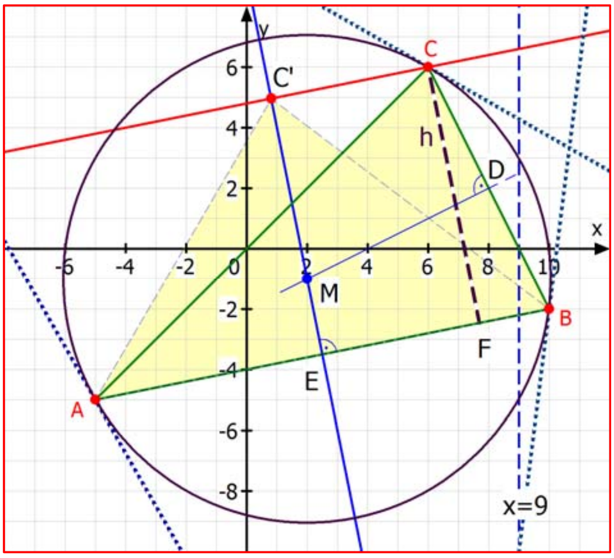


Analytische Geometrie

Dreiecke

Große AUFGABENSAMMLUNG

Datei Nr. 20050

Stand 12. Mai 2024

Friedrich Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

https://mathe-cd.de

Hinweise

1. Ein Teil dieser Datei tritt als Nr. 11711 Koordinatengeometrie in Erscheinung.
   Dies hat zwei Gründe:

   Zum einen kann man sie in der Mittelstufe in den Klassen 8 bis 10 behandeln (Voraussetzung ist Pythagoras und Orthogonalität).

   Zum andern kann ich dort nicht auf diese Datei verweisen, weil es eine Mathe-CD gibt, die nur den Mittelstufen-Teil enthält. Und dafür ist 11711 angelegt worden.

2. Im Vorspann der Datei 11711 sind die Grundlagen (außer Winkelberechnung) für solche Aufgaben kurz aber deutlich dargestellt. Es lohnt ein Blick dorthin.

3. Manche Aufgaben kann man mit der Vektormethode ganz anders lösen.
   Weil diese jedoch in der Regel erst nach der vektorfreien analytischen Geometrie in der Schule behandelt wird, habe ich in fast allen Aufgaben auf die vektorielle Methode verzichtet.
   Ausnahme: Seite 22.

Inhalt:

Formelsammlung

Die **Gleichung einer** Geraden lautet:

Wenn sie nicht parallel zur y-Achse ist: $y = mx + n$ (1)

Wenn sie parallel zur y-Achse ist: $x = c$ (2)

Es gibt Spezialfälle zu (1):

Eine Ursprungsgerade hat n = 0: $y = m \cdot x$

Die 1. Winkelhalbierende ist: $y = x$

Die 2. Winkelhalbierende ist: $y = -x$

Zum **Aufstellen einer Geradengleichung** muss man zuerst ihre Steigung berechnen:

Steigung einer Geraden durch 2 Punkte: $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ kurz: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ (3)

wobei Δy die Differenz der y-Koordinaten
und Δx die Differenz der x-Koordinaten bedeutet

Dann gibt es zwei Methoden, um die Geradengleichung zu finden:

1. **Die Punktsteigungsform** lautet: $y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$ (4)

   Hier setzt man für m die Steigung ein und

   für x_1 und y_1 die Koordinaten eine Punktes der Geraden.

2. Man kann auch m in die **Gleichung (1)** einsetzen, dann fehlt aber noch n.

   n erhält man, indem man für x und y die Koordinaten eine Punktes der Geraden einsetzt.

Hinweis: Die Verwendung der Punktsteigungsform ist kürzer.

Senkrecht stehende (orthogonale) Geraden:

Für ihre Steigungen gilt die Beziehung $m_1 \cdot m_2 = -1$ bzw. $m_2 = -\frac{1}{m_1}$

In Worten: Die eine Steigung ist der negative Kehrwert der anderen.
Das gilt nur, wenn die Geraden nicht parallel zu den Koordinatenachsen sind.

Schnittwinkel zweier Geraden: $\tan\gamma_1 = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2}\right|$

Diese Formel gilt natürlich nur, wenn keine Gerade parallel zur y-Achse ist.
Der Betrag sorgt dafür, dass der Tangenswert positiv wird. Dies ergibt einen Schnittwinkel unter 90°. Wird in der Formel der Nenner Null. Sind die Geraden orthogonal.
Hat eine der Geraden die Steigung 0 (weil sie parallel zur x-Achse ist), dann ist $\tan\gamma = |m|$

Länge einer Strecke: $e = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ bzw. $e = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$

Mittelpunkt einer Strecke: $x_M = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$ und $y_M = \frac{1}{2}(y_1 + y_2)$

Schwerpunkt eines Dreiecks: $x_S = \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3)$ und $y_S = \frac{1}{3}(y_1 + y_2 + y_3)$

Dreiecksaufgaben

Aufgabe 1

Lösung Seite 10

Gegeben ist das Dreieck ABC. Zeichne es in ein Achsenkreuz.

Stelle die Gleichungen der Geraden (AB), (BC) und (AC) auf.

a) $A(-3|2)$; $B(3|-4)$; $C(1|6)$

b) $A(-2|-2)$; $B(6|-2)$; $C(4|4)$

Aufgabe 2

Lösung Seite 12

Berechne den Umfang des Dreiecks ABC mit:

(a) $A(-5|0)$; $B(6|-2)$; $C(4|4)$ Zeichnung !

(b) $A(-12|-5)$; $B(8|1)$; $C(-3|8)$

(c) $A\left(-\frac{3}{2}|\frac{7}{2}\right)$; $B(2|-3)$; $C\left(4|\frac{3}{2}\right)$

(d) $A\left(-\frac{9}{4}|-\frac{5}{4}\right)$; $B\left(\frac{11}{2}|\frac{7}{4}\right)$; $C\left(2|\frac{11}{2}\right)$

Aufgabe 3

Lösung Seite 13

Überprüfe durch die Umkehrung des Satzes von Pythagoras, ob das Dreieck ABC rechtwinklig ist. (Eine Zeichnung kann helfen, den Ansatz zu finden).

$A\left(-\frac{5}{2}|-1\right)$; $B(7|3)$; $C(1|6)$

Aufgabe 4

Lösung Seite 14

Überprüfe über die Steigungen der Geraden, ob das Dreieck ABC rechtwinklig ist. (Eine Zeichnung kann helfen, den Ansatz zu finden).

$A\left(-\frac{5}{2}|-1\right)$; $B(7|3)$; $C(1|6)$

Aufgabe 5 (mit vielen Brüchen!)

Lösung Seite 15

Gegeben ist das Dreieck $A\left(\frac{1}{2}\,|\,2\right)$, $B(3\,|\,-3)$, $C\left(-\frac{5}{3}\,|\,\frac{1}{2}\right)$

Berechne zuerst die Mittelpunkte der Dreiecksseiten, dann die Steigungen der Dreiecksseiten.

Daraus berechne die Gleichungen der

a) Mittelparallelen
b) Mittelsenkrechten
c) Seitenhalbierenden
d) Eckenlote = Höhen

Aufgabe 6

Lösung Seite 18

Gegeben ist das Dreieck $A(-2\,|\,2)$ $B(3\,|\,-3)$ $C(0\,|\,3)$

a) Berechne den Flächeninhalt. (AB sei die Grundseite)
b) Berechne die Innenwinkel
c) Berechne den Schnittpunkt S der Seitenhalbierenden
d) Berechne den Schnittpunkt M der Mittelsenkrechten

Aufgabe 7

Lösung Seite 21

Gegeben sind A (2 I - 3) B (5 I 0) C (- 1 I 3)

a) Zeige, dass ABC ein gleichschenkliges Dreieck ist.
b) Berechne den Schnittpunkt der Seitenhalbierenden
c) Berechne den Flächeninhalt
d) Ergänze D so, dass ABCD ein Parallelogramm wird.
Wie groß ist dessen Inhalt?

Aufgabe 8

Lösung Seite 23

Die Geraden g, h und k begrenzen ein Dreieck. 4

(1) Berechne dessen Eckpunkte und seinen Umfang.

(2) Die Mittelpunkte der Dreiecksseiten bilden wieder ein Dreieck:
Welche Gleichungen haben die Geraden durch diese Mittelpunkte?

(Man nennt sie die Mittelparallelen im Dreieck, denn sie gehen durch die Seitenmittelpunkte und sind, wie das Ergebnis zeigen wird, parallel zu den Dreiecksseiten)

(a) $g:\ y = \frac{1}{2}x + 1$, $h:\ y = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$, $k:\ y = 3x - 9$

(b) $g:\ y = -\frac{1}{2}x + 4$, $h:\ y = \frac{5}{2}x - 8$, $k:\ y = -2x + 1$

(c) $g:\ y = 3x + 1$, $h:\ y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$, $k:\ y = x - 2$

Aufgabe 9: Inhalt eines rechtwinkligen Dreiecks

Lösung Seite 26

Gegeben ist das Dreieck ABC durch $A(-2|6)$, $B(3|-4)$, $C(6|2)$.

a) Fertige eine Zeichnung an.

b) Zeige, dass es rechtwinklig ist.

c) Berechne dann seinen Flächeninhalt.

Aufgabe 10: Inhalt eines gleichschenkligen Dreiecks

Lösung Seite 27

Gegeben ist das Dreieck ABC durch $A(-1|-3)$, $B(5|-1)$ und $C(0|4)$.

a) Zeige, dass es gleichschenklig ist.

b) Berechne auf geschickte Weise seinen Flächeninhalt.

Aufgabe 11: Inhalt eines beliebigen Dreiecks

Berechne die Gleichungen der drei Seitengeraden, den Umfang und den Inhalt des Dreiecks.

a) $A(-2|-3)$, $B(6|1)$ und $C(1|4)$ Lösung Seite 28

b) $A(-1|2)$; $B(8|-2)$; $C(1|5)$ Lösung Seite 29

c) $A(-3|6)$, $B(-1|1)$, $C(4|8)$ Lösung Seite 30

d) $A(-3|3), B(-2|1), C(5|2)$ Lösung Seite 31

e) $A(-4|-3)$, $B(6|-3)$, $C(3|3)$ Lösung Seite 31

Aufgabe 12: Inhalt eines beliebigen Dreiecks

Lösung Seite 32

a) Gegeben sind die Geraden g, h und k durch:

g: $y = -x + 1$, h: $y = 4x - 14$, k: $y = \frac{1}{4}x + \frac{19}{4}$

Zeichne sie in ein Koordinatensystem.

Berechne die Schnittpunkte ABC dieser Geraden, es sei:

$\{A\} = g \cap h$; $\{B\} = h \cap k$; $\{C\} = k \cap g$.

Berechne den Inhalt des Dreiecks ABC.

b) Dieselben Aufgaben zu Lösung Seite 33

g: $y = 2x + 4$, h: $y = \frac{1}{2}x - 2$, k: $y = -x + 7$

Zusatzaufgabe:

Zeige, dass das Dreieck gleichschenklig ist.

Welche kurze Methode ergibt sich daraus für den Flächeninhalt?

Aufgabe 13

Lösung Seite 34

Gegeben sind die Geraden g_1: $y = -7x - 13$, g_2: $y = x - 5$ und g_3: $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$.
Sie begrenzen ein Dreieck ABC.

a) Berechne die Eckpunkte (Zwischenergebnis: $x_A = -2$; $x_B = -1$ und $x_C = 4$).

b) Zeige, dass das Dreieck gleichschenklig ist. Ist es sogar gleichseitig?

c) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks.

d) Ergänze ABC durch einen Punkt D, so dass ABCD ein **Parallelogramm** ist.
Welche besondere Art von Parallelogramm liegt vor?

e) Das Viereck ABCD besitzt einen **Inkreis**. Berechne dessen Mittelpunkt M und seinen Radius (und stelle die **Kreisgleichung** auf).

Aufgabe 14

Lösung Seite 36

a) Stelle die Gleichungen der Mittelsenkrechten s_a , s_b und s_c im Dreieck ABC auf, wobei
A (- 3 I - 2), B (3 I - 4) und C (1 I 2) ist.

b) Zeige, dass sich diese Geraden in einem Punkt M schneiden.

c) Stelle die Gleichung des **Umkreises** des Dreiecks ABC auf.

Aufgabe 15

Lösung Seite 37

Gegeben ist ein Dreieck ABC durch A (- 4 I 3), B (- 4 I – 5) , C (4 I 1)

a) Stelle die Gleichungen der Dreiecksseiten auf.

b) In welchem Punkt Q schneiden sich die Mittelsenkrechte r zu AB und die Mittelparallele t zu AB?

c) Berechne den Schnittpunkt der Seitenhalbierenden.

d) Gleichung des **Umkreises**?

e) Inhalt des Dreiecks ABC?

Aufgabe 16

Lösung Seite 39

Gegeben ist das Dreieck ABC durch A (3 | – 8), B (6 | 1) und C (- 1 | 8).

a) Zeichne das Dreieck in ein Achsenkreuz mit Längeneinheit 1 cm (x-Achse von - 9 bis 7, y-Achse von – 9 bis 9, - ganze Seite).

b) Berechne den Umfang des Dreiecks, seine Innenwinkel sowie seinen Flächeninhalt.

c) Stelle die Gleichung des **Umkreises** des Dreiecks ABC auf. Mittelpunkt M und Radius r sind zu berechnen.

d) Ergänze das Dreieck ABC durch einen geeigneten Punkt D zu einem **Parallelogramm** ABCD. Berechne die Koordinaten von D.

e) Zeige, dass E (- 9 | 6) auf dem Kreis liegt und auch auf der Geraden (AM). Welche spezielle Form hat das Dreieck ABE? Begründung ist erforderlich.

Aufgabe 17

Lösung Seite 42

a) Gegeben ist das Dreieck ABC durch $A(-2\,|\,-3)$, $B(7\,|\,0)$, $C(0\,|\,6)$.

b) Zeichne das Dreieck und prüfe nach, ob es gleichschenklig oder gar gleichseitig ist.

c) Berechne seinen Flächeninhalt

d) Die Parallele p zu AB durch C und die Parallele q zu BC durch A schneiden sich im Punkt D, der ABC zu einem **Parallelogramm** ABCD macht. Berechne die Koordinaten von D.

d) Der **Umkreis** des Dreiecks ABC hat seinen Mittelpunkt im Schnittpunkt U der Mittelsenkrechten. Berechne dessen Koordinaten und den Radius r des Umkreises.

Aufgabe 18

Lösung Seite 44

Gegeben sind die Punkte $A(-2\,|\,-3)$, $B(6\,|\,-5)$, $C(0\,|\,5)$.

a) Zeichne das Dreieck. Zeige durch Rechnung, dass es eine besondere Form hat.

b) Berechne auf einfachste Weise den Flächeninhalt des Dreiecks sowie die Innenwinkel.

c) Durch die Form des Dreiecks kann man den **Umkreismittelpunkt** ganz einfach berechnen. Führe dies durch und berechne auch dessen Radius.

Aufgabe 19

Lösung Seite 45

Gegeben sind $A(2|4)$, $B(-2|2)$, $C(-1|-5)$.

a) Berechne den Flächeninhalt dieses Dreiecks (Grundseite AC)

b) Stelle die Gleichung des **Umkreises** auf.

c) Berechne die Koordinaten des Punktes D, so dass ABCD ein **Parallelogramm** wird

d) Spiegle B an (AC). Der Bildpunkt heiße E. (Anleitung: E liegt auf dem Lot von B nach AC und die Abstände sind gleich: $\overline{BF} = \overline{FE}$

Aufgabe 20

Lösung Seite 47

Gegeben ist das Dreieck ABC mit $A(-5\,|\,-5)$, $B(10\,|\,2)$, $C(6\,|\,6)$

a) Fertige eine Zeichnung an (ganze Seite DIN A4).

b) Untersuche, ob es gleichschenklig oder rechtwinklig ist. Berechne seinen Inhalt.

c) Stelle die Gleichung seines **Umkreises** auf.

d) Auf der Geraden x = 9 liegen zwei Punkte des Umkreises. Welche Koordinaten haben sie?

e) Berechne die **Tangentengleichungen** in B und C. In welchen Punkten schneiden sie sich?

Aufgabe 21

Lösung Seite 49

Gegeben sind drei Punkte A (- 5 I 3), B (- 1 I – 5), C (4 I 6).

a) Zeichne das Dreieck und berechne seine Innenwinkel sowie den Umfang,

b) Berechne den Inhalt des Dreiecks ABC (Grundseite AC)

c) Stelle die Gleichungen der drei Seitenhalbierenden s_a, s_b, s_c auf.
Zeige, dass sie sich in einem Punkt S (Schwerpunkt) schneiden.

d) Stelle die Gleichungen der Mittelsenkrechten L_1, L_2, L_3 auf.
Zeige, dass sie sich in einem Punkt M (Umkreismittelpunkt) schneiden.
Welche Gleichung hat der Umkreis?

e) Ergänze ABC zu einem Parallelogramm ABCD. Berechne die Koordinaten von D.

f) Es gibt zwei Dreiecke, die gleichschenklig sind (Basis AC) und denselben Flächeninhalt haben wie ABC. Konstruiere diese Punkte und berechne ihre Koordinaten.

Aufgabe 22

Lösung Seite 53

Gegeben ist das Dreieck ABC mit $A(-5\,|\,-5)$, $B(10\,|\,-2)$, $C(6\,|\,6)$

a) Untersuche, ob es gleichschenklig ist. Berechne seinen Inhalt.
(Zeichnung: Ganze Seite DIN A4)

b) Stelle die Gleichung seines Umkreises auf.

c) Es gibt ein gleichschenkliges Dreieck mit AB als Grundseite und Basis, das denselben Flächeninhalt hat wie ABC. Berechne den neuen Eckpunkt C'.

d) Auf der Geraden x = 9 liegen zwei Punkte des Umkreises.
Welche Koordinaten haben sie?

e) Berechne die Tangentengleichungen in A, B und C.

Lösungen

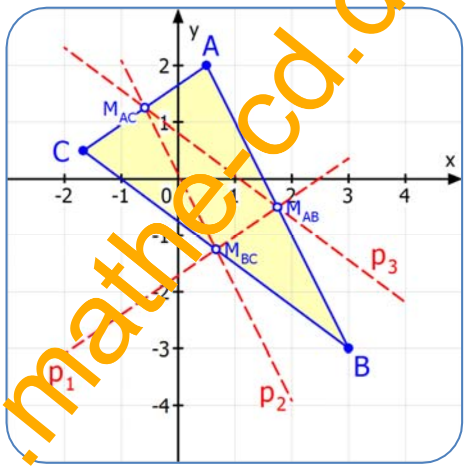
Lösung Aufgabe 5

Gegeben ist das Dreieck $A\left(\frac{1}{2}\,|\,2\right),\ B(3\,|\,-3),\ C\left(-\frac{5}{3}\,|\,\frac{1}{2}\right)$

a) Berechne zuerst die Mittelpunkte der Dreiecksseiten und
b) die Steigungen der Dreiecksseiten.

Daraus berechne die Gleichungen der

c) Mittelparallelen d) Mittelsenkrechten
e) Seitenhalbierenden f) Eckenlote = Höhen



a) **Mittelpunkte der Dreiecksseiten:**

$$M_{AB}\left(\frac{x_A+x_B}{2}\,\Big|\,\frac{y_A+y_B}{2}\right)=\left(\frac{\frac{7}{2}}{2}\,\Big|\,\frac{-1}{2}\right)=\left(\tfrac{7}{4}\,|\,-\tfrac{1}{2}\right)$$

$$M_{BC}\left(\frac{\frac{9}{3}-\frac{5}{3}}{2}\,\Big|\,\frac{-3+\frac{1}{2}}{2}\right)=\left(\frac{\frac{4}{3}}{2}\,\Big|\,\frac{-\frac{5}{2}}{2}\right)=\left(\tfrac{2}{3}\,|\,-\tfrac{5}{4}\right)$$

$$M_{AC}\left(\frac{\frac{1}{2}-\frac{5}{3}}{2}\,\Big|\,\frac{2+\frac{1}{2}}{2}\right)=\left(\frac{-\frac{7}{6}}{2}\,\Big|\,\frac{\frac{5}{2}}{2}\right)=\left(-\tfrac{7}{12}\,|\,\tfrac{5}{4}\right)$$

b) **Steigungen der Dreiecksseiten:**

$$m_{AB}=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{-3-2}{3-\frac{1}{2}}=\frac{-5}{\frac{5}{2}}=-2$$

$$m_{BC}=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{\frac{1}{2}+3}{-\frac{5}{3}-3}=\frac{\frac{7}{2}}{-\frac{14}{3}}=-\frac{7}{2}\cdot\frac{3}{14}=-\frac{3}{4}$$

$$m_{AC}=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{\frac{1}{2}-2}{-\frac{5}{3}-\frac{1}{2}}=\frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{13}{6}}=\frac{3}{2}\cdot\frac{6}{13}=\frac{9}{13}$$

c) Gleichungen der **<u>Mittelparallelen</u>**: (siehe Abbildung):

p_1 durch $M_{AB}\left(\frac{7}{4}\,|\,-\frac{1}{2}\right)$ parallel zu AC mit $m_{AC}=\frac{9}{13}$:

Punkt-Steigungsform: $y+\frac{1}{2}=\frac{9}{13}\left(x-\frac{7}{4}\right)\ \Rightarrow\ y=\frac{9}{13}x-\frac{63}{52}-\frac{1}{2}$

$p_1:\ y=\frac{9}{13}x-\frac{89}{52}$

p_2 durch $M_{BC}\left(\frac{2}{3}\,|\,-\frac{5}{4}\right)$ parallel zu AB mit $m_{AB}=-2$

Punkt-Steigungsform: $y+\frac{5}{4}=-2\left(x-\frac{2}{3}\right)\ \Rightarrow\ y=-2x+\frac{4}{3}-\frac{5}{4}$

$p_2:\ y=-2x+\frac{1}{12}$

p_3 durch $M_{AC}\left(-\frac{7}{12}\,|\,\frac{5}{4}\right)$ parallel zu BC mit $m_{BC}=-\frac{3}{4}$

Punkt-Steigungsform: $y-\frac{5}{4}=-\frac{3}{4}\left(x+\frac{7}{12}\right)\ \Rightarrow\ y=-\frac{3}{4}x-\frac{7}{16}+\frac{5}{4}$

$p_3:\ y=-\frac{3}{4}x+\frac{13}{16}$

d) Gleichungen der **Mittelsenkrechten**: (siehe Abbildung links):

ms_1 durch $M_{AB}\left(\frac{7}{4} \mid -\frac{1}{2}\right)$ senkrecht zu AB mit $m_{AB} = -2 \Rightarrow m_1 = \frac{1}{2}$

Punkt-Steigungsform: $y + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\left(x - \frac{7}{4}\right) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{7}{8} - \frac{1}{2}$ $\quad$ $ms_1:\ y = \frac{1}{2}x - \frac{11}{8}$

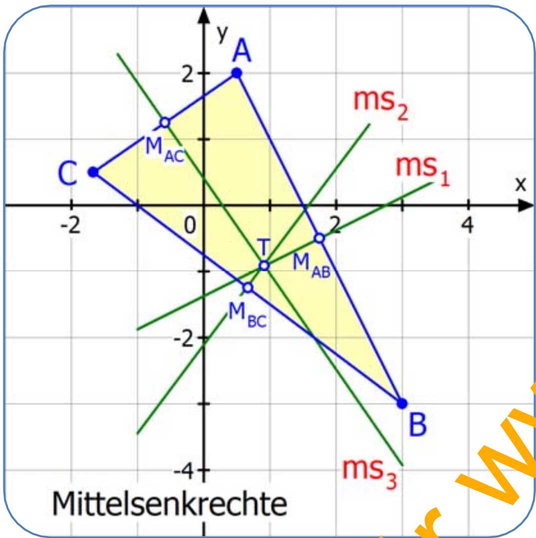
ms_2 durch $M_{BC}\left(\frac{2}{3} \mid -\frac{5}{4}\right)$ senkrecht zu BC mit $m_{BC} = -\frac{3}{4} \Rightarrow m_2 = \frac{4}{3}$

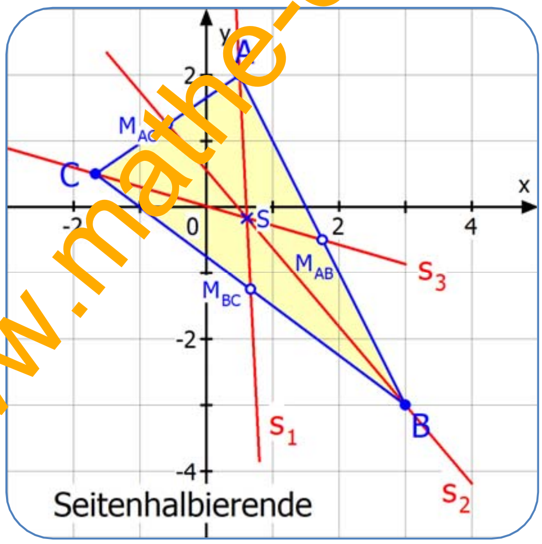
Punkt-Steigungsform: $y + \frac{5}{4} = \frac{4}{3}\left(x - \frac{2}{3}\right) \Rightarrow y = \frac{4}{3}x - \frac{8}{9} - \frac{5}{4}$ $\quad$ $ms_2:\ y = \frac{4}{3}x - \frac{77}{36}$

ms_3 durch $M_{AC}\left(-\frac{7}{12} \mid \frac{5}{4}\right)$ senkrecht zu AC mit $m_{AC} = \frac{9}{13} \Rightarrow m_3 = -\frac{13}{9}$

Punkt-Steigungsform: $y - \frac{5}{4} = -\frac{13}{9}\left(x + \frac{7}{12}\right) \Rightarrow y = -\frac{13}{9}x - \frac{91}{108} + \frac{5}{4}$ $\quad$ $ms_3:\ y = -\frac{13}{9}x + \frac{11}{27}$

Übrigens: Die Mittelsenkrechten schneiden einander in $T\left(\frac{12}{12} \mid -\frac{12}{12}\right)$





e) Gleichungen der **Seitenhalbierenden**: (siehe Abbildung rechts):

s_1 durch $M_{BC}\left(\frac{2}{3} \mid -\frac{5}{4}\right)$ und $A\left(\frac{1}{2} \mid 2\right)$ mit $m_1 = \dfrac{2 + \frac{5}{4}}{\frac{1}{2} - \frac{2}{3}} = \dfrac{\frac{13}{4}}{-\frac{1}{6}} = -\frac{13}{4} \cdot \frac{6}{1} = -\frac{39}{2}$

Punkt-Steigungsform: $y - 2 = -\frac{39}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right) \Rightarrow y = -\frac{39}{2}x + \frac{39}{4} + 2$

$s_1:\ y = -\frac{39}{2}x + \frac{47}{4}$

s_2 durch $M_{AB}\left(\frac{7}{4} \mid -\frac{1}{2}\right)$ und $C\left(-\frac{5}{3} \mid \frac{1}{2}\right)$ mit $m_2 = \dfrac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{-\frac{5}{3} - \frac{7}{4}} = \dfrac{1}{-\frac{41}{12}} = -\frac{12}{41}$

Punkt-Steigungsform: $y - \frac{1}{2} = -\frac{12}{41}\left(x + \frac{5}{3}\right) \Rightarrow y = -\frac{12}{41}x - \frac{20}{41} + \frac{1}{2}$

$s_2:\ y = -\frac{12}{41}x + \frac{1}{82}$

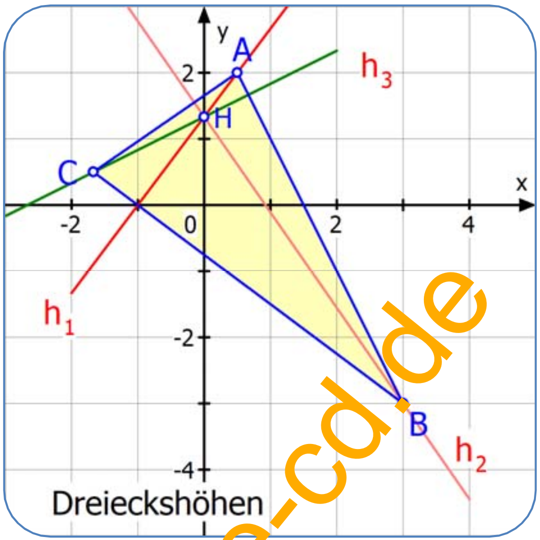
s_3 durch $M_{AC}\left(-\frac{7}{12} \mid \frac{5}{4}\right)$ und $B(3 \mid -3)$: mit $m_3 = \dfrac{-3 - \frac{5}{4}}{3 + \frac{7}{12}} = \dfrac{-\frac{17}{4}}{\frac{43}{12}} = -\frac{17}{\cancel{4}} \cdot \frac{\cancel{12}^{3}}{43} = -\frac{51}{43}$

Punkt-Steigungsform: $y + 3 = -\frac{51}{43}(x - 3) \Rightarrow y = -\frac{51}{43}x + \frac{153}{43} - 3$

$s_3:\ y = -\frac{51}{43}x + \frac{24}{43}$

Übrigens schneiden sich diese Seitenhalbierenden im Schwerpunkt $S\left(\frac{11}{18} \mid -\frac{1}{6}\right)$

e) Gleichungen der <u>Höhen</u>:



Wir benötigen die Eckpunkte

$A\left(\frac{1}{2} \mid 2\right),\ B(3 \mid -3),\ C\left(-\frac{5}{3} \mid \frac{1}{2}\right)$

und die Steigungen der Höhen. Da diese auf den Dreiecksseiten senkrecht stehen, sind sie identisch mit den Steigungen der Mittelsenkrechten aus d):

h_3 zu AB: $m_{AB} = -2 \Rightarrow m_3 = \frac{1}{2}$

h_1 zu BC: $m_{BC} = -\frac{3}{4} \Rightarrow m_1 = \frac{4}{3}$

h_2 zu AC: $m_{AC} = \frac{9}{13} \Rightarrow m_2 = -\frac{13}{9}$.

Berechnungen der Gleichungen:

Höhe durch $A\left(\frac{1}{2} \mid 2\right)$ senkrecht zu BC: $y - 2 = \frac{4}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right)$

h_1: $y = \frac{4}{3}x - \frac{2}{3} + 2 \Rightarrow$ $h_1:\ y = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$

Höhe durch $B(3 \mid -3)$ senkrecht zu AC: $y + 3 = -\frac{13}{9}(x - 3)$

$y = -\frac{13}{9}x + \frac{13}{3} - 3 \Rightarrow$ $h_2:\ y = -\frac{13}{9}x + \frac{4}{3}$

Höhe durch $C\left(-\frac{5}{3} \mid \frac{1}{2}\right)$ senkrecht zu AB: $y - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\left(x + \frac{5}{3}\right)$

$y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{6} + \frac{1}{2} \Rightarrow$ $h_3:\ y = \frac{1}{2}x + \frac{4}{3}$

Beobachtung: Alle drei Höhen-Geraden haben das Absolutglied $\frac{4}{3}$.
Also schneiden sie die y-Achse an genau dieser Stelle.
Der Schnittpunkt der Höhen ist also $H\left(0 \mid \frac{4}{3}\right)$.